Exercice (1)

Calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-1-\dfrac{x}{2}}{x^2}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{E\left(\sqrt{x}\right)}{x+1}$; $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{\sin x-\tan^2 x}}$

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{nx^{n+1}-(n+1)x+1}{x^{p+1}-x^p+x-1}$; $\lim\limits_{\substack{x\to a\\ x<a}}\dfrac{\sqrt{a^2-x^2}+a-x}{\sqrt{a-x}+\sqrt{a^2-x^2}}$; $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\sqrt{x}\,E\left(\dfrac{3}{x}\right)$

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{1-\sin x}{\sin(\cos x)}$; $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x^2}+\sin\left(\dfrac{1}{x^2}\right)$; $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\left(2+\sqrt{x}\right)\sqrt{2-x}-3}{x^2-1}$

Exercice (2)

Soit f la fonction définie par : $f(x)=x^2\left(E\left(\dfrac{1}{x}\right)+E\left(\dfrac{2}{x}\right)\right)$

1) montrer que $\left(\forall x\in\mathbb{R}^*\right)\quad 3x-2x^2<f(x)\leq 3x$
2) déduire $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$

exercice (3)

on considère la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{x-E(x)}{x+E(x)}$

1) déterminer le domaine de définition de f
2) a) montrer que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}f(x)=1$

   b) f admet-elle un prolongement par continuité en $a=0$
3) montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$ et calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

Exercice (4)

Soit k un élément de $\mathbb{N}^*-\{1\}$. on considère la fonction f définie par : $f(x)=xE\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)$

1) résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x)=0$ puis déduire $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$
2) a) montrer que $\left(\forall x\in\left]\dfrac{1}{4},1\right[\right)\quad f(x)=x$ et déterminer $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}}f(x)$

   b) calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}}f(x)$
3) montrer que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}f(x)=0$
4) a) montrer que $\left(\forall x\in\left]\dfrac{1}{k^2},\dfrac{1}{(k-1)^2}\right[\right)\quad f(x)=(k-1)x$

   b) étudier la limite de f au point $\dfrac{1}{k^2}$